1707

Catherine d'Andrea

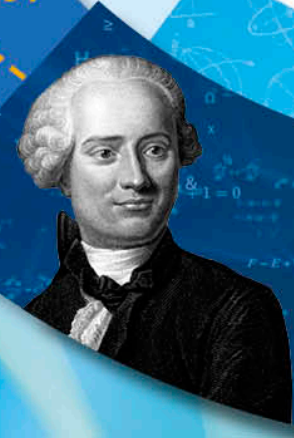
1818

1741

Une histoire des MATHÉMATIQUES et des MATHÉMATICIENS

Du XVIIe au XXe siècle

1754

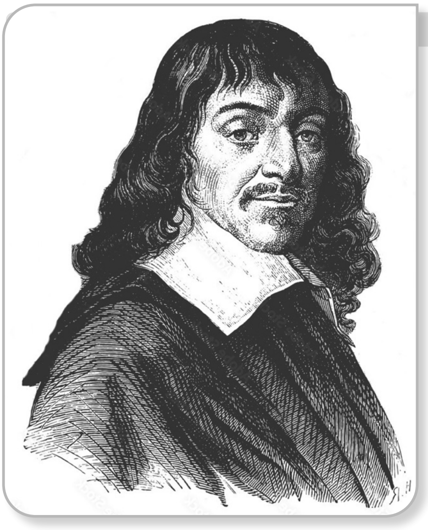


1647

ellipses

Chapitre 1

René Descartes « Le rationaliste »



(1596-1650)

Issu d'une famille aisée, René Descartes est né le 31 mars 1596, à la Haye, en Touraine (**cf. Carte 4**). La renommée du mathématicien philosophe est telle que, en 1961, la ville a changé de nom et s'appelle désormais Descartes.

Il est élevé par sa grand-mère : sa mère est décédée en 1597, et son père est très souvent absent. Malgré tout, il remarque la précocité de son fils et le surnomme *le petit philosophe*. À 8 ans, il entre au collège jésuite de La Flèche. Il y découvrira la philosophie aristotélicienne, qui est celle acceptée par l'Église. Il ne tarde pas à se passionner pour les mathématiques, qu'il découvre dans les livres de Clavius (1537-1612). En 1614, il quitte La Flèche pour poursuivre ses études à Paris, où il rencontre Mersenne (1588-1648), en compagnie duquel il étudie les mathématiques et avec lequel il restera en correspondance. Puis il s'inscrit à l'Université de Poitiers, où il obtient son diplôme, en 1616. Il s'engage ensuite dans l'armée. Mais c'est un piètre soldat, trop absorbé par ses pensées philosophiques et mathématiques. Le 10 novembre 1619, il fait trois rêves, qui lui donneront l'inspiration de sa philosophie et de sa géométrie analytique. Il quitte l'armée en 1619.

De 1620 à 1628, il voyage à travers l'Europe : Bohème, Hongrie, Allemagne, Italie, France.

En 1628, dégoûté par les agissements de la Sorbonne qui s'occupe de régenter les activités de l'esprit et l'orthodoxie des publications, il part s'installer en Hollande et correspond avec les cercles scientifiques de l'époque. Durant vingt ans, il se consacre à ses recherches mathématiques et physiques.

De 1629 à 1633, il écrit *Le monde, ou traité de la lumière*, ouvrage qui tente de donner une théorie physique de l'univers. Mais durant l'été de 1632, le pape a interdit la diffusion des *Dialogues* de Galilée. Descartes, ne se sentant pas une âme de martyr, décide prudemment de ne pas publier son livre.

En 1637, paraît *Le discours de la méthode*, avec trois appendices, *La dioptrique*, *Les météores*, et *La géométrie*, dans laquelle Descartes expose sa géométrie analytique. Le livre suscite de vives attaques contre lui : on accuse l'auteur d'athéisme. De fait, ses livres ont un succès de mauvais aloi, fait de curiosité mondaine ou d'incompréhension, voire d'hostilité.

L'apport de Descartes aux mathématiques est sans conteste la création de la géométrie analytique, par l'introduction de ses repères. Notons qu'il instaure également le fait de choisir les lettres du début de l'alphabet pour les grandeurs connues (les paramètres) et celles de la fin de l'alphabet pour les inconnues. Dans un autre registre, on doit également au mathématicien la notation exposant : $x^n = \underbrace{x \times x \times \ldots \times x}_{n \text{ fois}}$ pour n entier strictement positif (les exposants négatifs et fractionnaires seront introduits par John Wallis, un peu plus tard ; **cf. chapitre 5**). Par la suite, Descartes délaisse quelque peu les mathématiques pour se consacrer plus spécifiquement à la philosophie (Méditations métaphysiques –1641 ; Traité des passions de l'âme –1649). Invité en 1649 par la Reine Christine de Suède, il meurt l'année suivante d'une inflammation pulmonaire, qui l'emporte dans la nuit du 11 février 1650.

Œuvres

Le monde (1629)

Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences (1637)

Principia philosophiae (1644)

Le discours de la méthode

Partie II du discours.

(Une méthode empruntée aux mathématiques, sans conteste !)

Quatre principes suffiront pour progresser dans la voie de la connaissance :

1. Ne rien admettre pour vrai qui ne soit déjà démontré.
2. Décomposer le problème en autant de sous parties possibles.
3. Partir des considérations les plus simples pour aller vers les plus complexes.
4. S'assurer de ne rien omettre.

Partie IV du discours : la preuve de l'existence de Dieu.

Je doute donc je pense.

Je pense donc je suis.

Or, la pensée, pour Descartes, ne peut être que l'œuvre de l'âme, et non du corps, dont elle est distincte. Donc la première vérité affirmée est celle de l'existence de l'âme. La seconde, corollaire de la première, est l'existence de Dieu...

Le crâne de Descartes

Descartes décède le 11 février 1650 et son corps est inhumé dans le cimetière des Innocents, à Stockholm. En 1666, la France veut rapatrier les restes du grand homme. Il y a donc exhumation du corps le 1er mai. La dépouille arrive à Paris début janvier 1667, le cercueil est déposé à l'église Saint-Paul. En 1792, le corps est une nouvelle fois déplacé pour être déposé dans l'église de Saint-Germain-des-Prés.

Mais au printemps 1821, le naturaliste Georges Cuvier reçoit du chimiste suédois Jacob Berzelius un colis renfermant un crâne, présenté comme étant celui de René Descartes. Et en effet, le crâne n'était pas dans le cercueil ! En 1666, lors de l'exhumation du corps, Isaac Plantström, officier des Gardes de la ville de Stockholm, l'avait discrètement subtilisé. Le crâne était alors passé (héritage, vente aux enchères...) entre de nombreuses mains, jusqu'à celles de Berzellius, puis aurait rejoint la collection anatomique du *Jardin des Plantes*, où le phrénologiste Franz Joseph Gall se serait amusé à faire des comparaisons avec un autre crâne célèbre : celui du divin marquis... En 1878, la relique du philosophe aurait même été exposée entre les crânes de deux assassins, Lacenaire et Cartouche.

Depuis 1821, le crâne de René Descartes repose au Muséum d'histoire naturelle de Paris et en 1913, Paul Richer, en collaboration avec le fondateur de l'anthropométrie Alphonse Bertillon, étudie la boîte crânienne et, après analyse des portraits de Descartes, confirme qu'il s'agit bel et bien de celle du philosophe.

La géométrie analytique

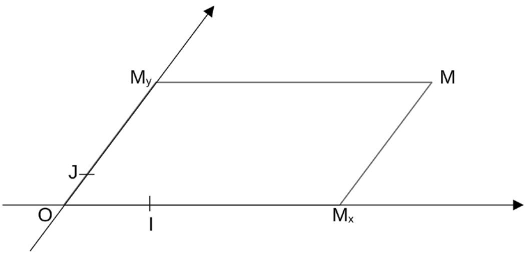
Elle permet de relier l'algèbre et la géométrie. C'est Descartes qui initia l'utilisation du plan repéré, d'où les termes de « plan cartésien » et de « coordonnées cartésiennes », souvent employés.

On raconte à ce sujet que c'est en observant une mouche qui se promenait sur la vitre de sa fenêtre que Descartes aurait eu son idée de repère.

Soit un plan (P).

Dans (P), on place trois points non alignés, O, I et J.

Ces trois points nous permettent de définir un repère dont (OI) et (OJ) sont les axes : le repère (O ; I ; J).



Soit un point M situé quelque part dans le plan.

Pour tout point M, il existe deux uniques points Mx et My appartenant respectivement à (OI) et (OJ) tels que OMxMMy soit un parallélogramme.

En effet, à ce point M on associe deux uniques nombres x et y tels que x est la coordonnée du point M dans le repère gradué (O, I) et y est la coordonnée du point M dans le repère (O, J).

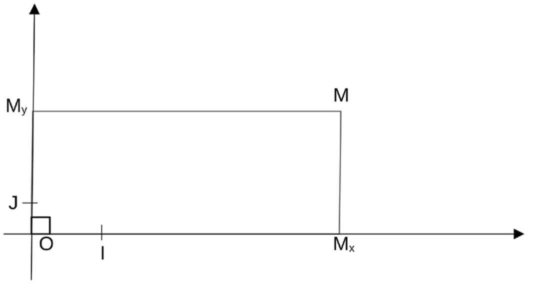
L'unique couple (x ; y) associé au point M est la coordonnée de ce point dans le repère (O ; I ; J).

x est appelé abscisse du point M et y est appelé ordonnée du point M.

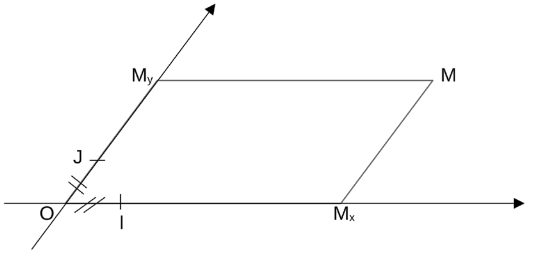
Le point O d'intersection des axes, de coordonnées (0 ; 0), est appelé l'<u>origine</u> du repère.

La façon dont sont disposés O, I et J, c'est-à-dire la nature du triangle OIJ, caractérise ce repère :

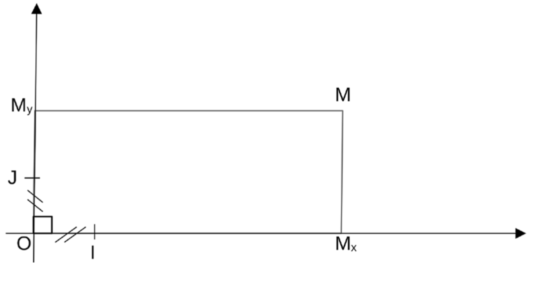
1. Si le triangle OIJ est rectangle en O, le repère est <u>orthogonal</u>.



2. Si le triangle OIJ est isocèle en O, le repère est <u>normé</u>.



3. Si le triangle OIJ est rectangle isocèle en O, le repère est <u>orthonormé</u> (ou orthonormal). C'est le repère le plus souvent utilisé, du moins dans l'enseignement secondaire.



Remarque

Un plan repéré permet aussi de représenter des vecteurs. On le définit alors avec deux vecteurs (**cf. Chapitre 31**) non colinéaires plutôt qu'avec des points non alignés et on le note avec le triplet $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

Les fonctions et les applications

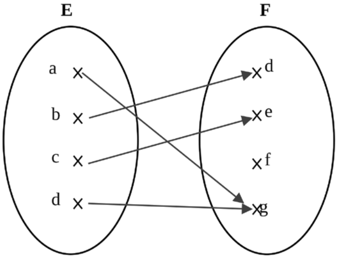
Une **fonction** est un procédé qui permet d'associer à un nombre, un unique autre nombre appelé **image.** Si on appelle *f* cette fonction, l'image de x par *f* sera notée $f\left(x\right)$**.** On peut également noter $x \mapsto f\left(x\right)$.

Lorsque la fonction est munie d'un ensemble de définition, on peut alors lui appliquer un ensemble d'arrivée, et définir ainsi une **application** :

$$f : E \rightarrow F$$

$$x \mapsto f\left(x\right)$$

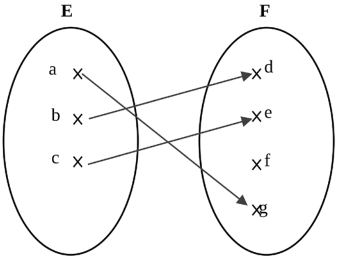
Chaque élément de l'ensemble de départ E a une unique image dans l'ensemble d'arrivée E.



Injection

Une application est dite injective lorsque tout élément de F a au plus un antécédent dans E :

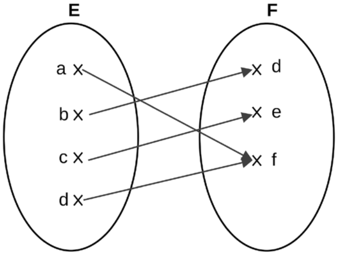
$\forall x \in E, \forall y \in E,$ si $f(x) = f(y)$ *alors* $x = y$.



Surjection

Une application est dite surjective lorsque tout élément de F a au moins un antécédent dans E :

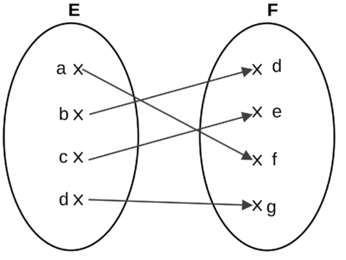
$\forall y \in F, \exists x \in E$ tel que $y = f(x)$.



Bijection

Une application est dite bijective si elle est à la fois injective et surjective, c'est-à-dire que tout élément de F a un et un seul antécédent par f dans E :

$\forall y \in F, \exists! x \in E$ tel que $y = f\left(x\right)$.



Courbes de fonctions

La courbe représentative d'une fonction f est l'ensemble des points M $(x\,;\,y)$ du plan tels que $y = f(x)$.

Par exemple, soit $f(x) = 3x+2$.